



Centre d'Etudes Doctorales : Sciences et Techniques et Sciences Médicales

Avis de Soutenance

THESE DE DOCTORAT

Présentée par

Monsieur MOHAMED EL MOUSTAFID

Discipline : Mathématiques fondamentales et appliquées
Spécialité : Probabilités et Statistique

Sujet de la thèse

On the convergence of multivalued martingales and the strong law of large numbers

Formation Doctorale " Sciences de l'Ingénieur, Sciences Physique, Mathématiques et Informatique"

Thèse présentée et soutenue **le samedi 27 juin 2026 à 09h** au Centre de Conférence à la Faculté des Sciences et Techniques de Fès, devant le jury composé de :

NOM ET PRÉNOM	TITRE	ÉTABLISSEMENT	
NAJIB MAHDOU	PES	Faculté des Sciences et Techniques de Fès	Président
SAID SAJID	PES	Faculté des Sciences et Techniques de Mohammedia	Rapporteur
LALLA AICHA FAIK	PES	Faculté des Sciences de Meknès	Rapporteur
MOHAMED ETTAOUIL	PES	Faculté des Sciences et Techniques de Fès	Rapporteur
MOHAMED EL HARAMI	MCH	Ecole Supérieure de Technologie de Meknès	Examineur
FATIMA EZZAKI	PES	Faculté des Sciences et Techniques de Fès	Directeur de Thèse

Laboratoire de recherche : Modélisation et Structures Mathématiques

Etablissement : Faculté des Sciences et Techniques de Fès



Centre d'Etudes Doctorales : Sciences et Techniques et Sciences Médicales

Résumé de la thèse

Cette thèse s'inscrit dans le cadre de la théorie des probabilités et statistiques.

Elle contribue à l'enrichissement de deux piliers en théorie des probabilités et statistiques qui sont la théorie des martingales et la loi forte des grands nombres dans le cas univoque avec extension aux ensembles aléatoires. Notre étude offre des généralisations significatives et des perspectives d'application à la convergence dans divers types de topologies pour des sous-ensembles convexes fermés d'un espace de Banach.

L'objectif est de généraliser des résultats classiques de la théorie des martingales et de la loi forte des grands nombres pour des variables aléatoires à valeurs ponctuelle. Puis étendre ces résultats aux ensembles aléatoires. En combinant des résultats sur la régularité et la convergence des martingales vectorielles et multivoques, de nouveaux théorèmes de convergence selon différentes topologies ont été établis. L'étude s'étend ensuite aux amarts uniformes et met en évidence des conditions suffisantes assurant leur convergence.

Parallèlement, la thèse propose des nouveaux résultats de la loi forte des grands nombres, en explorant à la fois des suites de variables aléatoires réelles M -dépendantes et de la double somme à 2 indices, avant d'étendre ces résultats aux ensembles aléatoires M -dépendantes à double indices en montrant la convergence au sens de Kuratowski.

Enfin, l'introduction de la notion des ensembles aléatoires indépendantes et compactement uniformément intégrable permet d'établir des nouveaux résultats de convergence de la loi forte des grands nombres pour des ensembles aléatoires indépendants à valeurs dans la famille des convexes fermés d'un espace de Banach sans imposer aucune condition géométrique sur l'espace.

Mots clés : Martingales, amarts uniformes, martingale multivoque régulière, loi forte des grands nombres, espérance conditionnelle, 2 à 2 M -dépendance, doubles suites, ensembles aléatoires compactement uniformément intégrables, Kuratowski convergence, Mosco convergence, topologie linéaire.