



**Centre d'Etudes Doctorales : Sciences et Techniques et Sciences Médicales**

## Avis de Soutenance

# THESE DE DOCTORAT

Présentée par

**Madame NASSIMA GUENNACH**

Discipline : Mathématiques Fondamentale et Appliquées  
Spécialité : Algèbre

Sujet de la thèse

**Aspects algébriques de la théorie des anneaux et des idéaux gradués commutatifs**

Formation Doctorale " Sciences de l'Ingénieur, Sciences Physique, Mathématiques et Informatique"

Thèse présentée et soutenue **le samedi 13 juin 2026 à 09h** au Centre de Conférence à la Faculté des Sciences et Techniques de Fès, devant le jury composé de :

NOM ET PRÉNOM	TITRE	ETABLISSEMENT	
EL HASSAN EL KINANI	PES	Faculté des Sciences de Meknès	Président
MOHAMED CHHITI	PES	Faculté des Sciences Juridiques, Economiques et Sociales de Fès	Rapporteur
ABDELHAQ EL KHALFI	MCH	Faculté des Sciences Ain Chock de Casablanca	Rapporteur
KARIMA ISMAILI ALAOUI	MCH	Faculté des Sciences de Rabat	Rapporteur
CHAHRAZADE BAKKARI	PES	Faculté des Sciences de Meknès	Examineur
MOHAMMED TAMEKKANTE	PES	Faculté des Sciences de Meknès	Examineur
HAKIMA MOUANIS	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mehraz de Fès	Examineur
LAHCEN OUKHTITE	PES	Faculté des Sciences et Techniques de Fès	Examineur
ANASS ASSARRAR	MC	Ecole Nationale des Sciences Appliquées de Berrechid	Invité
Najib MAHDOU	PES	Faculté des Sciences et Techniques de Fès	Directeur de Thèse

Laboratoire de recherche : Modélisation et Structure Mathématiques  
Etablissement : Faculté des Sciences et Techniques de Fès



**Centre d'Etudes Doctorales : Sciences et Techniques et Sciences Médicales**

**Résumé de la thèse**

Puisant ses racines dans la structure naturelle des anneaux de polynômes, la théorie des anneaux gradués s'est imposée comme un pilier de l'algèbre commutative ainsi que de la géométrie. Par la stratification de l'anneau en sous-espaces homogènes, ce formalisme permet de réduire la complexité de l'analyse à l'étude des composantes homogènes, tout en offrant un cadre privilégié pour élucider les invariants fondamentaux qui régissent les structures algébriques. La présente thèse s'inscrit dans cette lignée et a pour objectif de généraliser plusieurs propriétés algébriques au contexte gradué. Fruit d'une recherche ayant abouti à cinq articles publiés, ce manuscrit s'articule autour de quatre axes majeurs.

Le premier chapitre pose les jalons de notre étude en se concentrant sur les idéaux et domaines divisés gradués. Cette partie développe les analogues gradués des notions classiques et propose une analyse structurelle détaillée, étayée par des caractérisations fondamentales qui mettent en lumière les liens avec d'autres concepts de la théorie des anneaux gradués.

Le deuxième chapitre approfondit cette exploration par l'analyse de trois classes distinctes d'idéaux gradués. Après l'introduction des idéaux  $n$ -semi-primaires gradués, le travail examine leur comportement sous les extensions triviales et les amalgamations graduées. Une étude systématique des idéaux  $n$ -puissants et  $n$ -puissants semi-primaires complète cette section, précisant les relations et les distinctions entre ces différentes familles.

Le troisième chapitre est dédié à l'extension de la notion d'idéaux primaires fortement homogènes au cadre général des anneaux gradués. Ce pan de la recherche en examine les propriétés principales, souligne les divergences notables avec le cas non gradué et établit des connexions inédites avec d'autres structures classiques de l'algèbre commutative.

Enfin, le quatrième chapitre couronne ce travail par la généralisation de la théorie de la  $S$ -valuation au  $S$ -contexte. En introduisant les classes des domaines de  $S$ -valuation gradués et des domaines de  $S$ -valuation fortement gradués, cette dernière étape étend les résultats établis de la littérature à ce cadre élargi, tout en précisant les propriétés fondamentales qui les distinguent de leurs analogues classiques.



**Centre d'Etudes Doctorales : Sciences et Techniques et Sciences Médicales**

**Mots clés :** Domaines divisés gradués; idéaux divisés gradués; idéaux divisés premiers gradués; idéaux n-semi-primaires gradués; idéaux n-puissants gradués; idéaux n-puissants semi-primaires gradués; idéaux primaires fortement homogènes; domaines de S-valuation gradués; domaines de S-valuation fortement gradués.