Centre d'Etudes Doctorales : Sciences et Techniques et Sciences Médicales

# Avis de Soutenance THESE DE DOCTORAT

Présentée par

### **Monsieur SOUFIANE ROUAS**

Discipline : Mathématiques Spécialité : Algèbre

Sujet de la thèse

## Sur la tour des 2-corps de classes de la Z2-extension cyclotomique de curtains corps de nombres

Formation Doctorale "Sciences de l'Ingénieur, Sciences Physique, Mathématiques et Informatique"

Thèse présentée et soutenue **le samedi 21 décembre 2024 à 10h** à la Faculté Polydisciplinaire de Taza, devant le jury composé de :

Nom et Prénom	TITRE	ETABLISSEMENT	
Ali KACHA	PES	Faculté des Sciences de Kenitra	Président
Mohamed TALBI	PES	Centre Régional des Métiers de l'Education et de la Formation d'Oujda	Rapporteur
Mohammed TAOUS	PES	Faculté des Sciences d'Oujda	Rapporteur
Abdelkrim BOUA	МСН	Faculté Polydisciplinaire de Taza	Rapporteur
Abdelhai EL AZZOUZI	PES	Faculté Polydisciplinaire de Taza	Examinateur
Abdelhakim CHILLALI	МСН	Faculté Polydisciplinaire de Taza	Examinateur
Ali MOUHIB	PES	Faculté Polydisciplinaire de Taza	Directeur de Thèse

Laboratoire de recherche : Sciences de L'Ingénieur Etablissement : Faculté Polydisciplinaire de Taza

#### Centre d'Etudes Doctorales : Sciences et Techniques et Sciences Médicales

### Résumé de la thèse

Cette thèse aborde le problème de la métacyclicité du groupe de Galois de la pro-2-extension maximale non ramifiée de certains corps biquadratiques imaginaires sur leur Z<sub>2</sub>-extension cyclotomique. Pour traiter ce problème, nous avons d'abord examiné en profondeur la structure des 2-groupes de classes de ces corps biquadratiques imaginaires, ainsi que celle des étages successifs de leur Z<sub>2</sub>-extension cyclotomique, en utilisant des résultats avancés de la théorie d'Iwasawa.

Notre étude se concentre spécifiquement sur les corps de la forme  $K = Q(\sqrt{-q}, \sqrt{d})$ , où q est soit égal à 1, soit un nombre premier strictement supérieur à 3 et congru à 3 (mod 8), et d est un entier positif sans facteurs carrés distinct de q. Pour ces corps, nous avons déterminé le rang du 2-groupe des classes de chaque n-ème étage de leur  $\mathbb{Z}_2$ -extension cyclotomique.

En utilisant ces résultats, nous avons pu classifier tous les cas où le groupe de Galois  $Gal(\tilde{L}(K)/K)$  de la pro-2-extension maximale non ramifiée est métacyclique. Ces classifications fournissent de nouvelles perspectives sur la structure des groupes de Galois associés aux extensions non ramifiées, enrichissant ainsi notre compréhension des propriétés arithmétiques des corps biquadratiques imaginaires.

Ces résultats pourraient avoir des implications importantes pour la théorie des nombres, en particulier dans l'étude des groupes de Galois et des extensions cyclotomiques. En outre, ils ouvrent la voie à de futures recherches sur les structures des groupes de classes et leurs interactions avec les extensions de corps.

Mots Clés: Corps biquadratiques imaginaires, théorie d'Iwasawa, Z<sub>2</sub>-extension cyclotomique, tours de Hilbert, métacyclicité.