



Centre d'Etudes Doctorales : Sciences et Techniques et Sciences Médicales

Avis de Soutenance

THESE DE DOCTORAT

Présentée par

Monsieur OUAKKA ABDELLAH

Discipline : Mathématiques
Spécialité : Mathématiques appliquées

Sujet de la thèse

Mathematical analysis and numerical simulations for some epidemic models: Dynamics and optimal control

Formation Doctorale " Sciences de l'Ingénieur, Sciences Physique, Mathématiques et Informatique"

Thèse présentée et soutenue **le samedi 21 septembre 2024 à 10h** à la Faculté Polydisciplinaire de Taza, devant le jury composé de :

NOM ET PRÉNOM	TITRE	ETABLISSEMENT	
Soumia LALAOUI RHALI	PES	Faculté Polydisciplinaire de Taza	Président
Mohamed NEMICHE	PES	Faculté Polydisciplinaire de Taza	Rapporteur
Redouane YAFIA	PES	Faculté des Sciences de Kenitra	Rapporteur
Samir KHALLOUQ	MCH	Faculté des Sciences de Meknès	Rapporteur
Zakia HAMMOUCH	PES	Ecole Normale Supérieure de Meknès	Examineur
MOHAMMED HAMMOUMI	MCH	Faculté Polydisciplinaire de Taza	Examineur
AHMED SENHAJI	MCH	Faculté Polydisciplinaire de Taza	Examineur
Chihab YAZOUGH	MCH	Faculté Polydisciplinaire de Taza	Examineur
Abdelhai EL AZZOUZI	PES	Faculté Polydisciplinaire de Taza	Directeur de Thèse

Laboratoire de recherche : Sciences de L'Ingénieur
Etablissement : Faculté Polydisciplinaire de Taza



Centre d'Etudes Doctorales : Sciences et Techniques et Sciences Médicales

Résumé de la thèse

L'objectif de cette thèse est de présenter une étude mathématique de certains modèles épidémiques issus de la dynamique de population et plus particulièrement, la modélisation en épidémiologie. Les modèles étudiés dans cette thèse sont décrits par deux mécanismes, le premier est un système hybride d'équations différentielles ordinaires et d'équations aux dérivées partielles et le deuxième est un système d'équations différentielles d'ordre fractionnaire conformable. Plus précisément, les modèles présentés dans les trois premiers chapitres sont des extensions du modèle classique de type SVIR avec l'âge de vaccination et un taux d'incidence bilinéaire: le premier modèle intègre une fonction d'incidence non linéaire générale et une fonction de traitement générale, le deuxième modèle contient une fonction d'incidence non linéaire générale, un compartiment d'isolement, la rechute et aussi il prend en compte le fait que la vaccination est imparfaite, tandis que le troisième modèle intègre une fonction d'incidence non linéaire générale et un compartiment d'isolement que nous avons appliqué pour modéliser la dynamique de la maladie Varicelle. Le quatrième modèle est un modèle d'ordre fractionnaire conformable de Herz pour le virus Ebola qu'est décrit par des équations différentielles d'ordre fractionnaire conformables.

Nous avons effectué une analyse mathématique et numérique de ces modèles. Le but de cette analyse est d'étudier la stabilité des équilibres des modèles considérés, le problème du contrôle optimal, et des simulations numériques pour vérifier la validité des résultats théoriques obtenus et de les appliquer à certaines maladies telles que la Varicelle et Ebola. Pour les trois premiers modèles, nous avons établi l'existence, l'unicité et la positivité de la solution globale en utilisant la théorie de semi-groupe intégré, de plus nous avons étudié la stabilité locale des points d'équilibres en relation avec le nombre de reproduction de base en analysant les équations caractéristiques associées, et la stabilité globale par l'utilisation des méthodes de fluctuation ou bien par construction des fonctionnelles de Lyapunov appropriées combinées avec le principe d'invariance de LaSalle. Nous avons présenté des simulations numériques pour valider les résultats théoriques obtenus. En plus de l'étude de la dynamique, nous avons formulé un problème de contrôle optimal, comprenant trois variables de contrôle (la vaccination, l'isolement, le traitement). Nous avons dérivé le système de sensibilité et le système adjoint pour le troisième modèle afin de définir la caractérisation du contrôle optimal.



Centre d'Etudes Doctorales : Sciences et Techniques et Sciences Médicales

En outre, nous avons mis en œuvre une application numérique pour la maladie Varicelle. Pour le quatrième modèle, nous avons étudié et estimé les conditions pour lesquelles le modèle possède une unique solution positive bornée. De plus, nous avons établi la stabilité locale à l'aide de la matrice jacobienne autour des points d'équilibres et le critère de Hurwitz dans le cas du système différentiel fractionnaire conformable. Nous avons étudié également la stabilité globale des points équilibres en utilisant des fonctionnelles de Lyapunov appropriées et le principe d'invariance de LaSalle. En outre, nous avons considéré des simulations numériques pour justifier les résultats théoriques obtenus et pour démontrer l'impact de l'ordre fractionnaire du modèle par rapport à l'ordre entier dans le traitement du virus Ebola.

Mots clés: modèle épidémique structuré en âge de vaccination; modèle épidémique fractionnaire; dérivée conformable; épidémie de Varicelle; épidémie d'Ebola; vaccination; traitement; isolement; rechute; taux d'incidence non linéaire général; stabilité locale; persistance; fonctionnelle de Lyapounov; principe de Lyapunov-LaSalle; stabilité globale; contrôle optimal; système de sensibilités; système adjoint.



Centre d'Etudes Doctorales : Sciences et Techniques et Sciences Médicales