جامعة سيدي محمد بن عبد الله بفاس
ⵜⴰⵙⴷⴰⵡⵉⵜ ⵙⵉⴷⵉ ⵎⵓⵃⵎⵎⴰⴷ ⴱⵏ ⵄⴱⴷⵍⵍⴰⵀ ⵏ ⴼⴰⵙ
UNIVERSITÉ SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH DE FES

Centre d'Etudes Doctorales : Sciences et Techniques et Sciences Médicales

AVIS DE SOUTENANCE

THESE DE DOCTORAT

Présentée par

Mr: RACHID GHENJI

Discipline : Mathématiques

Spécialité : Mathématiques fondamentales et Appliquées

Sujet de la thèse : Etude mathématique des équations axisymétriques de Navier–stokes couplées à l'équation de l'énergie.

Formation Doctorale : Sciences de l'ingénieur Sciences Physiques, Mathématiques et Informatique.

Thèse présentée et soutenue le lundi 05 décembre 2022 à 15h au centre d'Accueil et de Conférences de L'Ecole Supérieure de Technologies (EST) devant le jury composé de :

Nom Prénom	Titre	Etablissement	
Azedine BAALAL	PES	Faculté des Sciences Ain Chok de Casablanca	Président
Nouzha MARHRAOUI	PES	Faculté des Sciences de Meknès	Rapporteur
El Houssine AZROUL	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mehraz de Fès	Rapporteur
Youssef AKDIM	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mehraz de Fès	Rapporteur
Lalla AICHA FAIK	PES	Faculté des Sciences de Meknès	Examinateur
Mohamed EL HATRI	PES	Ecole Supérieure de Technologie de Fès	Directeur de thèse

Laboratoire d'accueil : Technologies et services Industriels.

Etablissement : Ecole Supérieure de Technologie de Fès

Résumé de la thèse

Le problème traité dans cette thèse est relativement simple par rapport au problème général des équations de Navier-Stokes couplées à l'équation de l'énergie qui constitue, on le sait, le problème de ce millénaire ; mais il reste néanmoins un problème compliqué compte tenu du cadre fonctionnel mathématique dans lequel il est traité, constituant ainsi la principale originalité des travaux de cette thèse.

Plus précisément, l'objet principal de cette thèse est l'étude mathématique des équations axisymétriques de Navier-Stokes couplées à l'équation énergétique modélisant l'écoulement d'un fluide newtonien non compressible. Ce phénomène est susceptible de modéliser de nombreux phénomènes et processus physico-chimiques, notamment celui de l'écoulement d'un fluide caloporteur transportant la chaleur de l'énergie solaire vers des turbines pour produire de l'énergie électrique. Dans ce cas, il s'agit de centrales solaires comme celle installée à Ouarzazate dans le sud du Maroc. Le modèle choisi, constituant l'objet de cette thèse, ne prend pas en compte tous les aspects physico-chimiques de ce procédé. Nous nous limitons uniquement au processus d'écoulement, laissant de côté le phénomène de rayonnement et celui de l'absorption de chaleur et de nombreux autres facteurs intervenant dans ces processus.

Considérant la forme cylindrique du domaine de l'écoulement, le problème se pose en coordonnées cylindriques en supposant que l'écoulement ne dépend pas de l'angle de rotation, ce qui nous amène à considérer le problème initial comme étant un problème à symétrie axiale en dimension deux au lieu de trois. Cette approche est très bénéfique pour la résolution numérique qui permet ainsi un gain significatif en terme de temps de calcul informatique. Néanmoins, cette approche présente un inconvénient majeur qui est de réduire le problème initial non singulier à un problème dégénéré, c'est-à-dire dont la solution présente une singularité sur l'axe du cylindre, d'où la difficulté de son étude.

Le cadre fonctionnel naturel pour l'étude de ce problème axisymétrique est celui des espaces de Sobolev pondérés. La théorie générale de ces espaces est maintenant bien construite depuis la seconde moitié du siècle dernier et trouve des applications dans l'étude de nombreux problèmes, notamment dans celle des problèmes présentant des singularités spatiales mais aussi pour traiter des problèmes fortement non linéaires. C'est avec grand succès que nous utilisons ces espaces dans l'étude de notre problème, en montrant l'existence et l'unicité de la solution faible du problème traité à partir d'un théorème d'injection de l'espace énergétique associé à l'équation variationnelle en espace des fonctions de intégrale de carrés par rapport à une mesure avec densité, obtenue dans la thèse de doctorat de M. El Hatri. Ce résultat important concerne à la fois le problème stationnaire et le problème non stationnaire.

Dans la littérature, on trouve des études similaires à notre approche mais qui concernent le problème des équations de Navier-Stokes couplées à l'équation de la chaleur dans le cas non dégénéré. Dans le cas dégénéré, la littérature rapporte l'étude des équations de Navier-Stokes dégénérées sans couplage à l'équation de l'énergie. L'une des caractéristiques essentielles de notre approche est le traitement du problème de Navier-Stokes couplé comme un système non linéaire. En d'autres termes, la solution du problème est un champ vectoriel, contrairement aux études qui consistent à découpler le champ des vitesses d'écoulement de celui de la chaleur.

Dans cette thèse, nous nous sommes concentrés principalement sur les parties concernant l'existence et l'unicité de la solution faible du problème considéré, stationnaire et non stationnaire, et qui ont fait l'objet de deux articles parus dans des publications de l'American Institute of médecins (AIP) en collaboration avec le professeur N. Popivanov de l'Université de Sofia en Bulgarie.
A noter que pour mener à bien l'étude de notre problème, nous nous sommes inspirés de la démarche suivie par R. Temam dans son célèbre ouvrage "Équations de Navier-Stokes - Théorie et analyse numérique". Cependant, dans ce travail, seules les équations de Navier-Stokes sont traitées en coordonnées cartésiennes et sans couplage à l'équation de l'énergie.

La dernière partie de cette thèse relative au traitement numérique du problème ne prend en compte que la formulation du problème discret et son étude dans un espace de dimension finie construit à partir des éléments finis de Lagrange du premier degré. Cet espace, qui n'est pas inclus dans l'espace énergétique, et donc non conforme, pose des difficultés importantes dans l'étude de l'existence et de l'unicité de la solution approchée. L'étude de sa convergence vers la solution faible du problème stationnaire et non stationnaire est laissée comme perspective d'étude ultérieure.

Mots clés : équations de Navier-Stokes, équation énergétique, problème axisymétrique, espace de Sobolev pondéré, solution faible, méthode des éléments finis, solution approchée.